

Fortgeschrittenenpraktikum – Vorbereitung

Magnetisierung und Suszeptibilität eines paramagnetischen Salzes

Erik Streb*

13. September 2007

Betreuer: Herr Bernien

1 Einführung

In diesem Versuch soll die Magnetisierbarkeit von paramagnetischem Gadoliniumsulfat in einem Vibrationsmagnetometer untersucht werden. Dies bei unterschiedlichen Temperaturen T und Magnetfeldstärken B . Außerdem soll die Curie-Konstante C , das Sättigungsmoment σ_S sowie der Drehimpuls J und der Landé- g -Faktor berechnet werden. Schließlich sollen die gemessenen Kurven für $\sigma(B)$ mit der Brillouin-Funktion $B_J(x)$ verglichen werden.

Bla bla \propto boing κ .

2 Theoretische Grundlagen

Das im Versuch verwendete Gadoliniumsulfat ist ein Ionenkristall. Um die magnetischen Eigenschaften des Festkörpers zu verstehen, werde ich im Folgenden diese Eigenschaften an einzelnen Atomen bzw. Ionen zu verstehen versuchen.

2.1 Magnetisierung und Suszeptibilität

Setzt man einen Körper einem Magnetfeld aus, wird sich dieser mehr oder weniger stark magnetisieren. Sein magnetisches Moment kann durch die Beziehung $\vec{\sigma} = \chi \vec{H}$ angegeben werden. Daraus erhält man dann

$$\chi = \frac{\partial \sigma}{\partial H} \quad (1)$$

*E-Mail: mail@erikstreb.de

Es gibt verschiedene Arten des Magnetismus, für die χ sehr unterschiedliche Werte annehmen kann.

2.1.1 Diamagnetismus

Das magnetische Moment wird im Atom durch das externe Magnetfeld induziert. Und zwar so, dass das Magnetfeld im Material reduziert wird (Lenzsche Regel). In diesem Fall ist das χ negativ. Diamagnetismus ist in jedem Material vorhanden, wird aber durch stärkere Formen des Magnetismus überdeckt.

2.1.2 Paramagnetismus

Hat seinen Ursprung in den permanenten magnetischen Momenten, die in den Atomen mit unvollständig besetzten Orbitalen vorhanden sind. Sie werden in einem äußeren Magnetfeld entlang des Feldes ausgerichtet und verstärken das Feld. χ ist positiv und vom Betrag her viel größer als beim Diamagnetismus.

2.1.3 Ferromagnetismus

Funktioniert so wie der Paramagnetismus, aber es gibt eine Korrelation zwischen den magnetischen Momenten der verschiedenen Atome, die versucht, alle magnetischen Momente parallel auszurichten.

2.2 Russell-Saunders-Kopplung und Hundische Regeln

In einem Mehrelektronenatom sind die Drehimpulsquantenzahlen der einzelnen Elektronen keine „guten“ Quantenzahlen, denn sie kommutieren nicht mit dem Hamiltonoperator. (Klassisch würde man sagen, dass nur die Summe, aber nicht die einzelnen Drehimpulse erhalten sein müssen.) Der Gesamtdrehimpuls \vec{J}^2 ist immer eine gute Quantenzahl, und in vielen Atomen ist die Kopplung zwischen Bahndrehimpuls und Spin vernachlässigbar. So werden auch $\vec{L}^2 = \left(\sum_i \vec{l}_i\right)^2$ und $\vec{S}^2 = \left(\sum_i \vec{s}_i\right)^2$ gute Quantenzahlen. In allen vollständig gefüllten Schalen sind sowohl Spin als auch Bahndrehimpuls null, sie tragen also nicht zu den magnetischen Eigenschaften des Atoms bei. Die Verteilung der Elektronen in den nicht vollständig besetzten Schalen wird durch die Hundischen Regeln beschrieben:

1. Innerhalb einer Schale wird der Gesamtspin maximal, es ist also energetisch am besten, wenn jedes Elektron ein Orbital alleine besetzt.
2. Wenn dann noch Wahl bleibt wird versucht, den Gesamtbahndrehimpuls zu maximieren.
3. J kann zwischen $|L - S|$ und $L + S$ liegen. Ist eine Schale weniger als zur Hälfte besetzt gilt $J = |L - S|$, ist sie mehr als zur Hälfte besetzt gilt $J = L + S$.

2.3 Paramagnetismus

Mit dem Gesamtdrehimpuls \vec{J} ist ein magnetisches Moment

$$\vec{\sigma} = -g\mu_B\vec{J} \quad \text{mit} \quad g = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{S(S+1) - L(L+1)}{J(J+1)} \right) \quad (2)$$

verknüpft, das sich im äußeren magnetischen Feld ausrichten kann. Im Fall $J \neq 0$ ist der dominierende Term für die Energie des Atoms im Magnetfeld

$$E = -\vec{\sigma}\vec{B}_{\text{ext}} = \sigma B_{\text{ext}} \cos \theta \quad (3)$$

Zunächst betrachte ich die Situation einmal klassisch; das magnetische Moment kann jede Stellung zum Magnetfeld einnehmen. Das thermische Gleichgewicht wird durch die Boltzmann-Statistik beschrieben. Dann erhält man als Erwartungswert:

$$\sigma \langle \cos \theta \rangle = \frac{\int \sigma \cos \theta e^{-E/k_B T} d\Omega}{\int e^{-E/k_B T} d\Omega} \quad (4)$$

Rechnet man die Integrale aus erhält man

$$\langle \sigma \cos \theta \rangle = \coth \frac{\sigma B_{\text{ext}}}{k_B T} - \frac{k_B T}{\sigma B_{\text{ext}}} = L \left(\frac{\sigma B_{\text{ext}}}{k_B T} \right) \quad \text{mit} \quad L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x} \quad (5)$$

$L(x)$ bezeichnet man auch als Langevin-Funktion. Für den Fall $k_B T \gg \sigma B_{\text{ext}}$ kann man den \coth nähern und erhält mit (1) für die Suszeptibilität:

$$\chi = N \frac{(g\mu_B)^2}{3k_B T} = \frac{C}{T} \quad (6)$$

das Curie-Gesetz.

Als nächstes will ich das ganze quantenmechanisch behandeln. Zunächst betrachte ich ein einfaches $J = \frac{1}{2}$ System. Auch hier gilt wieder

$$E = -\vec{\sigma}\vec{B}_{\text{ext}} = gJ\mu_B B_{\text{ext}} m_J \quad (7)$$

Als Erwartungswert ergibt sich

$$\langle m_J \rangle = \frac{\sum_{m_J} m_J e^{-E/k_B T}}{\sum_{m_J} e^{-E/k_B T}} \quad (8)$$

Für die Magnetisierung erhält man daraus

$$\sigma = -N g J \mu_B \langle m_J \rangle = N g J \mu_B \tanh \frac{g J \mu_B B_{\text{ext}}}{k_B T} \quad (9)$$

Führt man wieder die Näherung für große Temperaturen durch erhält man für die Suszeptibilität wieder ein Curie-Gesetz

$$\chi = N \frac{(gJ\mu_B)^2}{4k_B T} = \frac{C}{T} \quad (10)$$

Durch analoge – aber kompliziertere – Rechnungen kann man das auch für beliebige J durchführen. So kommt man auf eine Magnetisierung

$$\sigma = Ng_J\mu_B JB_J \left(\frac{g_J\mu_B B_{\text{ext}}}{k_B T} \right) \quad (11)$$

mit der Brillouin-Funktion

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth \left(\frac{2J+1}{2J} x \right) - \frac{1}{2J} \coth \left(\frac{1}{2J} x \right) \quad (12)$$

Für $x \ll 1$ kann man $\coth \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3}$ nähern. So kann man für tiefe Temperaturen wieder ein Curie-Gesetz finden:

$$\chi = N \frac{\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B T} = \frac{C}{T} \quad (13)$$

Für $g_J\mu_B B_{\text{ext}} \gg k_B T$ nimmt die Brillouin-Funktion den Wert 1 an. Die Sättigungsmagnetisierung ist also

$$\sigma_S = Ng_J\mu_B J. \quad (14)$$

3 Gadoliniumsulfat

Im Versuch wird Gadoliniumsulfat $\text{Gd}_2(\text{SO}_4)_3 \times 8 \text{H}_2\text{O}$ verwendet. Der Paramagnetismus kommt nur von den Gd-Ionen. Ein Gadolinium-Atom hat die Elektronenkonfiguration $[\text{Xe}] 4f^7 5d^1 6s^2$, hier liegt es aber als dreifach positiv geladenes Ion vor und hat die Elektronenkonfiguration $[\text{Xe}] 4f^7$. Jetzt kann man mit den oben erwähnten Hundschen Regeln den LS-Kopplungsterm bestimmen: In einer f-Schale gibt es 7 Zustände und genauso viele Elektronen sind auch vorhanden, also kann jedes Elektron in ein eigenes Orbital und die Gesamtspins addieren sich: $S = \frac{7}{2}$. Der Bahndrehimpuls löscht sich allerdings vollständig aus ($L = 0$) und so muss auch $J = \frac{7}{2}$ sein. Der LS-Kopplungsterm ist also ${}^8S_{7/2}$ und es ergibt sich ein g-Faktor von 2. Die Masse der Probe beträgt 199,95 mg, die Massenzahl von einer Einheit Gadoliniumsulfat ist 746,5. In der Probe befinden sich also ca. $N = 3,2 \cdot 10^{20}$ Gd-Atome.

4 Versuchsaufbau

In diesem Versuch wird die Magnetisierung der Probe mit einem Vibrationsmagnetometer gemessen. Die Probe befindet sich dabei innerhalb einer supraleitenden Feldspule und wird vom konstanten Magnetfeld magnetisiert, wobei sie zusätzlich mit einem Antrieb sinusförmig auf- und abbewegt wird. Dies erzeugt ein veränderliches Magnetfeld in der Umgebung der Probe, das von einer „Pickup“-Spule registriert wird. Da die Bewegung der Probe bekannt ist, kann das Signal phasenempfindlich gleichgerichtet und auf einem XY-Schreiber ausgegeben oder mit einem Computer aufgezeichnet werden.

Um den supraleitenden Magneten unter seine Sprungtemperatur und die Probe auf einen interessanten Temperaturbereich (wenige Kelvin) zu bringen, wird der Aufbau mit

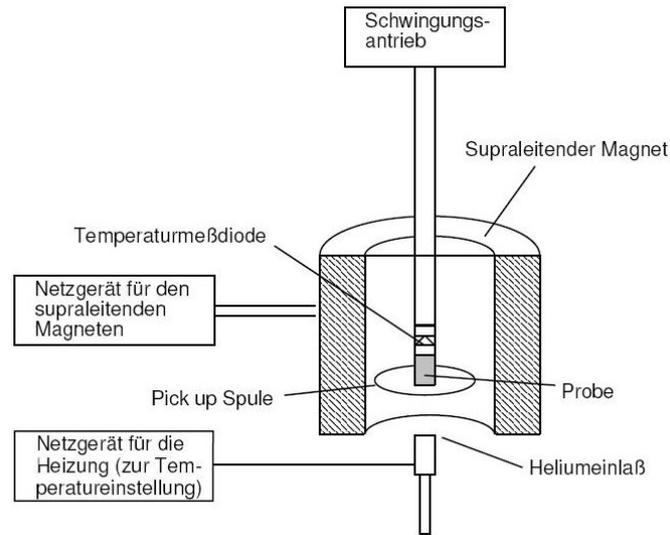


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

flüssigem Helium gekühlt. Zur Isolierung befindet sich außerhalb noch ein Bad aus flüssigem Stickstoff. Das flüssige Helium gelangt durch eine Öffnung in den Probenraum und kühlt auch die Probe. Um auch Temperaturen unter den 4,2 K des flüssigen Heliums zu erreichen, wird mit einer Pumpe der Druck im Probenraum gesenkt (Vakuum). Für leicht höhere Temperaturen ist eine ohmsche Heizung vorhanden. Die Temperatur wird mit einer Diode etwas oberhalb der Probe gemessen. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.